الفصل الدراسي : الربيع 2017 / 2018 اسم الأستاذ المنسق : ناجي عبدالله الزمن : ساعتان

اسم الطالب :..... رقم القيد ..... المجموعة : .....

اجب عن جميع الأسئلة

السؤال الاول

أ) اذا كانت $\begin{bmatrix} 5X+1 & Y \\ 6 & 3Y+X \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X+5 & -M \\ -Z & Y+4X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2 & 3 \\ Z+X & X+3Y \end{bmatrix}$

فاوجد قيمة كل من X,Y,Z,M

ب) إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 6 \\ -3 & -4 & 1 \\ 18 & 10 & 12 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 9 & -6 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$

1) $|A|$ 2) $2A-3B$ 3) اوجد ان أمكن B^{-1}

ج) اذا كانت $A = \begin{bmatrix} X-Y & 87 & Y+Z \\ X & 0 & Y+T \\ 40 & 174 & T-Y \end{bmatrix}$

فأوجد قيمة X,Y,Z,T التي تجعل المصفوفة A ملتوية التماثل.

السؤال الثاني

ا) اوجد حل المتباينات التالية .

1) $|10x-3| \leq 27$ 2) $x^3 - 6x^2 + 8x \leq 0$

ب) اذا كانت $Z_1 = \frac{7+i}{2+i}$, $Z_2 = \frac{2+4i}{1+i}$ فاثبت أن العددان مترافقان.

ج) اوجد قيمة X التي تجعل المحدد ينعدم $\begin{vmatrix} X-1 & 6 \\ 2 & x-2 \end{vmatrix}$

السؤال الثالث

ا) ناقش استمرار الداله عند $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x < 2 \\ 5 & ; x = 2 \\ 2x+1 & ; x > 2 \end{cases}$$

تمنياتي للجميع بالتوفيق

أستاذ المادة : .....

Scanned by CamScanner

ب) أوجد قيمة K التي تجعل الدالة f مستمرة عند X=2

$$f(x)=\begin{cases} kx+2 & ,x>2 \\ kx^2-3 & ;\ x\le 2 \end{cases}$$

ج) أوجد الجذور التكعيبيه الثلاث للعدد 8-

السؤال الرابع

أ) اوجد قيمة النهايات التالية:-

a) $\lim_{x\to\infty}\frac{6x^5+3x^2+8}{7x^4-4x^3+3x^5}$

b) $\lim_{x\to 0}\frac{20x-7x^2}{x}$

c) $\lim_{x\to 2}\frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}}$

ب) اوجد مجموعة الحل لنظام التالي

$$x+y+z=1$$
$$x+y-2z=3$$
$$2x+y+z=2$$

تمـــت الأســـئلة

(يمنع استعمال الآلة الحاسبة او الهاتف النقال)

Scanned by CamScanner

أجب عن جميع الأسئلة

س1) أوجد مجموعة الحل للمتباينات التالية مع توضيح ذلك على خط الاعداد

a) $|2x-3| \le x+1$ b) $\frac{x(x+2)^2}{x-5} \ge 0$ c) $x^5 - 5x^2 - 6x \ge 0$

أوجد قيمة النهايات التالية:- a) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$ $\lim_{n\to\infty} \frac{x^2-8}{\sqrt{x^4+1}}$ c) $\lim_{x\to 0} \frac{(1+1)^3-1}{x}$

س2) إذا كانت $M=\begin{bmatrix} X-Y & 37 & Y+Z \\ X & 0 & Y+T \\ 40 & 74 & T-Y \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة كل من X,Y,Z,T التي تجعل المصفوفة متناظرة التماثل.

س3) إذا كانت $Z_1 = (-6i^{12} + 6i^{11})$ ، $Z_2 = (2i^2 + 2i)$ حول العددان الى الصورة القطبية ثم اوجد $\left[\frac{Z_1}{Z_2}\right]^3$

س4) ناقش اتصال الدالة $f(x) = \begin{cases} 5x+3 & ; \quad x < 2 \\ 2x^2+5 & ; \ 2 \le x < 4 \\ x^3-5x+3 & ; \ x \ge 4 \end{cases}$ عند $x=2,4$

س5) أوجد جذور المعادله $Z^3 = -27i$

س6) إذا كانت $h(x) = \frac{x+6}{x+1}$ ، $g(x) = x^2 - 1$ ، $f(x) = \sqrt{x}$

أوجد $h^{-1}(x)$ ، $D_{f/g}$ ، D_{fog} ، $D_{g/f}$

س7) إذا كانت $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ أوجد $g(x)$ بحيث $(fog)(x)=X$

س8) أوجد مجموعة الحل لنظام التالي $Y + Z = -1$ ، $-2X+Y = 4$ ، $X + Z = 2$

(يمنع استعمال الآلة الحاسبة او الهاتف النقال)

Scanned by CamScanner

2018/2017 مقرر Intro. to Calculus

(1)

5. $|2x-3| \leq x+1$

(a)

الحل:

$$-x-1 \leq 2x-3 \leq x+1$$

$$2x \leq x+4$$

$$2x-x \leq 4$$

$$3x \leq 4$$

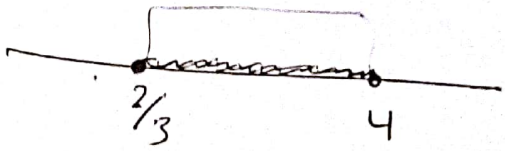
$$x \leq \frac{4}{3}$$

الحل الثاني

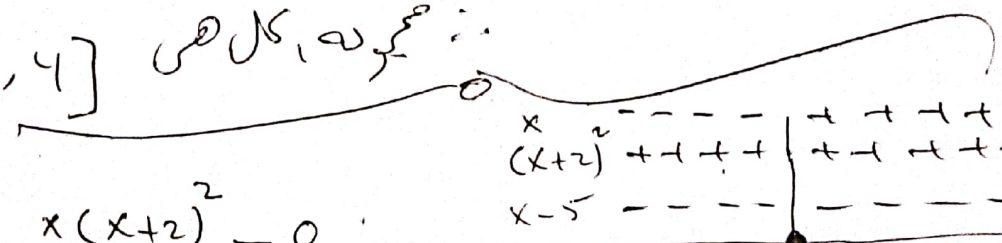
$$-x-1 \leq 2x-3$$

$$2 \leq 2x+x$$

$$\frac{2}{3} \leq x$$

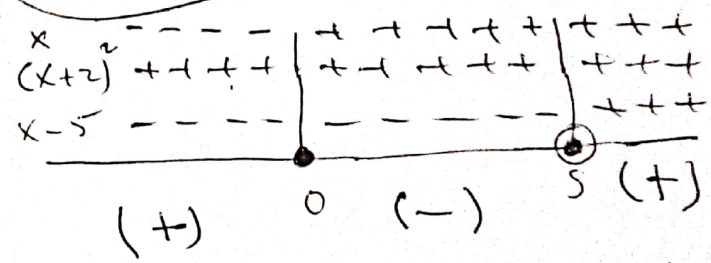


∴ مجموعة الحل هي $\left[\frac{2}{3}, 4\right]$

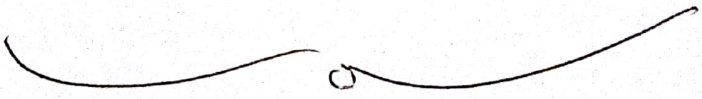


b) $\frac{x(x+2)^2}{x-5} \geq 0$

$x \neq 5$,

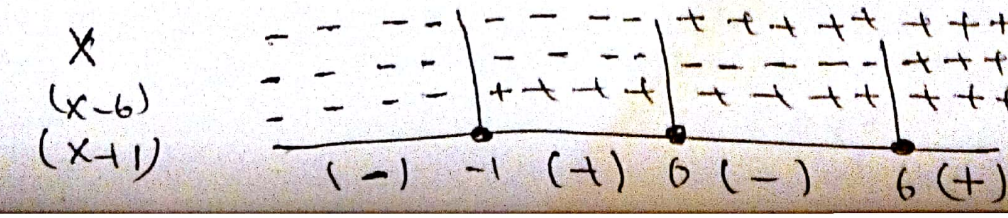


∴ مجموعة الحل هي $(-\infty, 0] \cup (5, \infty)$



c) $x^3 - 5x^2 - 6x \geq 0$

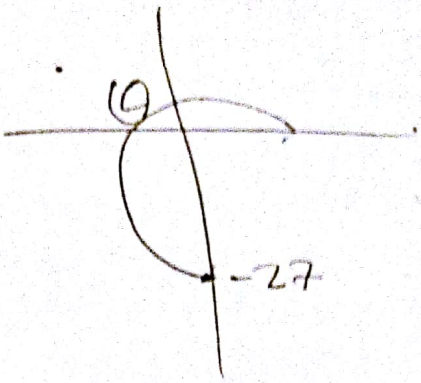
$x(x^2-5x-6) \geq 0 \Rightarrow x(x-6)(x+1) \geq 0$



∴ مجموعة الحل $[-1, 0] \cup [6, \infty)$

Scanned by CamScanner

$z^5 = -27i$



$\theta = 270°$

$r = 27$

$u_0 = \sqrt[3]{27}\left[\cos\left(\frac{270°}{3}\right) + i\sin\left(\frac{270°}{3}\right)\right]$

$u_0 = 3\left[\cos(90°) + i\sin(90°)\right] = 3[0 + i] = 3i$

$u_1 = 3\left[\cos(210°) + i\sin(210°)\right] = 3\left[-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right]$

$u_2 = 3\left[\cos(330°) + i\sin(330°)\right] = 3\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right]$.

Scanned by CamScanner

a) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x} \cdot \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{x+2})^2-(\sqrt{2})^2}{x(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x\to 0} \frac{x+2-4}{x(\sqrt{x+2})+2} = \frac{0-2}{0+2} = -1$

b) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-8}{\sqrt{x^4+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2}-\frac{8}{x^2}}{\sqrt{\frac{x^4}{x^4}+\frac{1}{x^4}}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1-\frac{8}{x^2}}{\sqrt{1+\frac{1}{x^4}}}$

$= \frac{1-\frac{8}{\infty}}{\sqrt{1+\frac{1}{\infty}}} = \frac{1-0}{\sqrt{1+0}} = 1$

c) $\lim_{x\to 0} \frac{(x+1)^3-1}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{(x+1)(x^2+2x+1)-1}{x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{x^3+x^2+2x^2+2x+x+1-1}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{x(x^2+3x+3)}{x}$

$= \lim_{x\to 0} x^2+3x+3 = 0+0+3 = 3$

Scanned by CamScanner

(3)

$$M = \begin{bmatrix} x-y & 37 & y+z \\ x & 0 & y+T \\ 40 & 74 & T-y \end{bmatrix}$$

$\boxed{x = -37}$

$x - y = 0$

$x = y \Rightarrow \boxed{y = -37}$

$y + T = 0 \Rightarrow y = T$

$\therefore \boxed{T = -37}$

$y + z = -40$.

$z = -40 + 37$

$\boxed{z = -3}$ ✓

Q3 $z_1 = (-6i^{12} + 6i^{11}) = 6(-1-i)$

$z_2 = (2i^2 + 2i) = 2(-1+i)$

$r_1 = 6\sqrt{2}$

$\theta_1 = 225^\circ$

$r_2 = 2\sqrt{2}$

$\theta_2 = 135^\circ$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{6\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\left[\cos(225^\circ - 135^\circ) + i\sin(225^\circ - 135^\circ)\right]$$

$$= 3\left[\cos(90^\circ) + i\sin(90^\circ)\right] = 3[0 + i] = 3i$$

$$\left[\frac{z_1}{z_2}\right]^3 = [3i]^3 = -27i \quad \#$$

OR

$$\left[\frac{z_1}{z_2}\right]^3 = 3^3\left[\cos(270^\circ) + i\sin(270^\circ)\right] = 27[0 - i] = -27i \quad \#$$

Scanned by CamScanner

Q5

$$f(x)\begin{cases} 5x+3 & ; x<2 \\ 2x^2+5 & ; 2\le x<4 \\ x^3-5x+3 & ; x\ge 4 \end{cases}$$

عند 1

$$\lim_{x\to 2^-}(5x+3) = 10+3 = 13 \quad L$$

$$\lim_{x\to 2^+}(2x^2+5) = 2(4)+5 = 13 \quad R$$

$$f(2) = (2x^2+5) = 13$$

∴ الدالة متصلة عند $x=2$

$$\lim_{x\to 4^-}(2x^2+5) = 2(16)+5 = 37 \quad L$$

$$\lim_{x\to 4^+}(x^3-5x+3) = 64-20+3 = 47 \quad R$$

$L \neq R$

∴ الدالة غير متصلة عند $x=4$

Q6/ $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=x^2-1$, $h(x)=\dfrac{x+6}{x+1}$

$D_f=[0,\infty)$, $D_g=(-\infty,\infty)$

1) $D_{f+g} = D_f \cap D_g = [0,\infty) \cap (-\infty,\infty) = [0,\infty)$

2) $f\circ g = \sqrt{x^2-1} \Rightarrow D_{f\circ g} = (-\infty,-1]\cup[1,\infty)$

3) $D_{g/h} = \mathbb{R}/\{-1\} \cap [0,\infty) = [0,\infty)$

Scanned by CamScanner

$h(x) = \frac{x+6}{x+1} \cdot y$

$y(x+1) = x+6$

$yx + y = x + 6 \Rightarrow yx - x = 6 - y$

$\Rightarrow x(y-1) = 6-y$

$x = \frac{6-y}{y-1}$

$y \to x$

$\therefore h^{-1}(x) = \frac{6-x}{x-1}$

Q8 $x+z=2$, $-2x+y=4$, $y+z=-1$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix} = 1 - 1 - 0 = -1$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 0 \\ 4 & 1 \\ -1 & 1 \end{matrix} = 6 + 1 = 7$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{matrix} = 6 + 4 = 10$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix} = -5 - 4 = -9$$

$\therefore \boxed{x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{7}{-1} = -7}$, $\boxed{y = -10}$, $\boxed{z = 9}$

Scanned by CamScanner

Q7 $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$, $(fog)(x)=x$ find $g(x)$

$(fog)(x)=x$ بما أن

∴ الدالة $f(x)$, $g(x)$ متعاكسة مع بعض

$g(x)=f^{-1}(x)$ نجد

f^{-1} $y=\frac{x+1}{x+2} \Rightarrow yx+2y=x+1 \Rightarrow x-yx=2y-$

$\Rightarrow x(1-y)=2y-1$

$\therefore x=\frac{2y-1}{1-y}$

نستبدل x , y

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{2x-1}{1-x}=g(x)$ ✓

أو

$f(g(x))(x)=\frac{g(x)+1}{g(x)+2}=x \Rightarrow g(x)+1=x(g(x)+2)$

$g(x)+1=xg(x)+2x$

$g(x)-xg(x)=2x-1$

$g(x)(1-x)=2x-1 \Rightarrow$

$\therefore g(x)=\frac{2x-1}{1-x}$ ✓

Scanned by CamScanner

Q3/

$f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ find $g(x)$ since $(fog)(x) = x$

$(fog)(x) = x \Rightarrow f(x), g(x)$ متعاكسة

$g(x) = f^{-1}(x) : yx + 2y = x + 1$

$\therefore g(x) =$

$x - yx = -1 + 2y$

$x(1-y) = -1 + 2y$

$x = \frac{-1+2y}{1-y}$

نستبدل y بـ x

$y = \frac{-1+2x}{1-x} = f^{-1}(x)$

$\therefore g(x) = \frac{-1+2x}{1-x}$

Scanned by CamScanner